$\boxed{1}$ Déterminer un équivalent simple des fonctions au voisinage de 0 :

a/ $\arctan(2x) - 2\arctan(x)$; **b/** $x(2+\cos x) - 3\sin x$.

$\boxed{2}$ **Calculer les développements limités à l'ordre n des fonctions suivantes au voisinage de 0** :

a/ $\operatorname{ch} x \sin x$ $(n=5)$; **b/** $\ln\left(\dfrac{1+x^2}{1+x}\right)$ $(n=3)$; **c/** $\dfrac{x}{\sin x}(n=4)$; **d/** $\dfrac{\ln(1+x)}{1+x}$ $(n=4)$; **e/** $\dfrac{x}{e^x-1}$ $(n=4)$; **f/** $\ln(1+\sin x)$ $(n=4)$; **g/** $\dfrac{1}{\cos x}$ $(n=5)$; **h/** $(1+x)^{1/x}$ $(n=3)$;

i/ $\sqrt{1+\sqrt{1+x^2}}$ $(n=4)$; **j/** $e^{\sqrt{1+x}}$ $(n=3)$.

$\boxed{3}$ **Calculer les développements limités à l'ordre n au point a des fonctions suivantes**

a/ $\ln\left(1+\sqrt{1+x}\right)$ $(n=3, a=0)$; **b/** $\tan x$ $(n=3, a=\frac{\pi}{4})$;

d/ $\arctan\left(\dfrac{\sqrt{3}+x}{1+x\sqrt{3}}\right)$ $(n=4, a=0)$.

$\boxed{4}$ **Calculer les limites des expressions au point a**

a/ $\dfrac{1}{\sin^2 x} - \dfrac{1}{x^2}$ $(a=0)$; **b/** $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\ln(1+x)}$ $(a=0)$; **c/** $\left[\dfrac{\ln(1+x)}{\ln x}\right]^x$ $(a=+\infty)$.

$\boxed{5}$ **a/** Montrer qu'il existe des réels a, b et c tels que $\dfrac{1}{e^x-1} = \dfrac{a}{x} + b + cx + o(x^2)$ (on dit que le second membre est le *développement limité généralisé* de f en 0 à l'ordre 2).

b/ Trouver les développements limités généralisés de f en 0 à l'ordre 2 des fonctions $\dfrac{1}{\sin x \tan x}$ et $\dfrac{1}{x\ln(1+x)}$.

$\boxed{6}$ **Branches infinies.** Etudier les branches infinie des fonctions :

a/ $\dfrac{x^3}{x^2-x+1}$; **b/** $f(x) = x(\ln(2x+1) - \ln(x))$; **c/** $\sqrt{x^2+x+1}$; **d/** $(2x^3-x^2)e^{1/x}$.

$\boxed{7}$ **Etude locale de courbes.** Etudier le prolongement en a des fonctions suivantes, leur continuité dérivabilité et préciser l'allure de la courbe au voisinage de a :

a/ $f(x) = \dfrac{2x\ln x}{x-1}$ $(a=1)$; **b/** $f(x) = \dfrac{\ln(1+x)-x}{x^2}$ $(a=0)$.